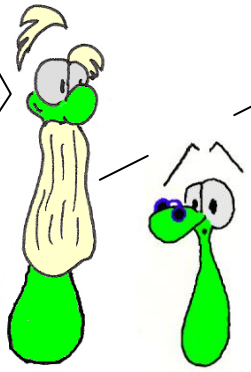
09 Fiche 09 : FONCTIONS DERIVEES

Rappelle toi la fiche 08
nous savons qu'en général,
chaque fonction « f »
possède
une fonction dérivée « f ' »

Comment défini-t-on le « mode d'emploi » De cette fonction « f ' »



ATTENTION : « Paquet de FORMULES »

On a plein de dérivées usuelles (courantes quoi !)

Voici les premières :

La dérivée de n'importe quel nombre est zéro	f (x) = a a ∈ R	➡	f ' (x) = 0
La dérivée de x est 1	f (x) = x	➡	f ' (x) = 1
La dérivée de 13 x est 13	f (x) = 13 x	➡	f ' (x) = 13

Ect .... Le dérivée de a x est a (avec a un réel)

BIEN !

Reprenons notre petit périple de la fiche 08 pour calculer le nombre dérivé de 4

Avec le calcul ci-contre, nous savons que

Le nombre dérivé de x^2 est 2x
A APPRENDRE PAR CŒUR

Reprenons le calcul de la fiche 08

f (x) = x^2 - 3
⬇ ⬇
f ' (x) = 2x – 0

Pour avoir l'image de 4 par la dérivée, il suffit maintenant de calculer avec f ' (x) = 2 x soit :

f ' (4) = 2 (4) = 8 Plus cool !

f (x) = x^2 - 3

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{[(x+h)^2-3]-[(x)^2-3]}{h}$$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{x^2+2xh+h^2-3-x^2+3}{h}$$

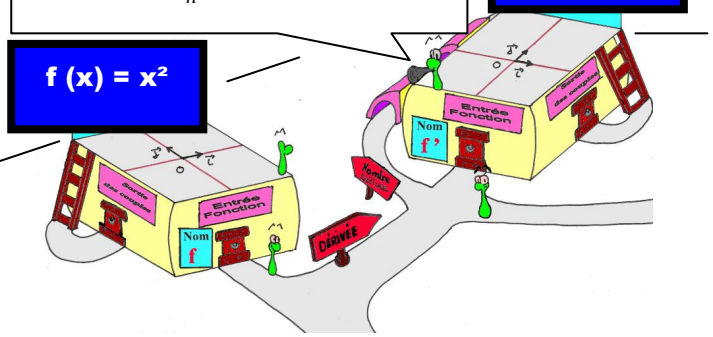
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{h(2x+h)}{h}=2x+h$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=2x=f'(x)$$

Cette fois, nous « rentrons » dans le taux d'accroissement directement l'expression de f (x)

f ' (x) = 2x

f (x) = x^2



C'est vrai qu'il y a un « paquet » de formules

Nombre		Nombre dérivé
Un nombre réel	➡	0
x	➡	1
5x	➡	5
- x	➡	- 1

Nombre		Nombre dérivé
x^2	➡	2x
x^3	➡	$3x^2$
$3x^7$	➡	$3(7x^6)$
$a\,x^n$	➡	$a\times n\times x^{n-1}$

Nombre		Nombre dérivé
$\frac{1}{x}$	➡	$\frac{-1}{x^2}$
$\frac{-5}{x}$	➡	$\frac{-(-5)}{x^2}$
$\sqrt{x}$	➡	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$5\sqrt{x}$	➡	$\frac{5}{2\sqrt{x}}$

Nombre		Nombre dérivé
cos(x)	➡	- sin (x)
7cos(x)	➡	- 7sin (x)
sin(x)	➡	cos (x)
3sin(x)	➡	3cos (x

Bien !
Mais si f (x) n'est pas une dérivée usuelle ?
Comment fait-on ?

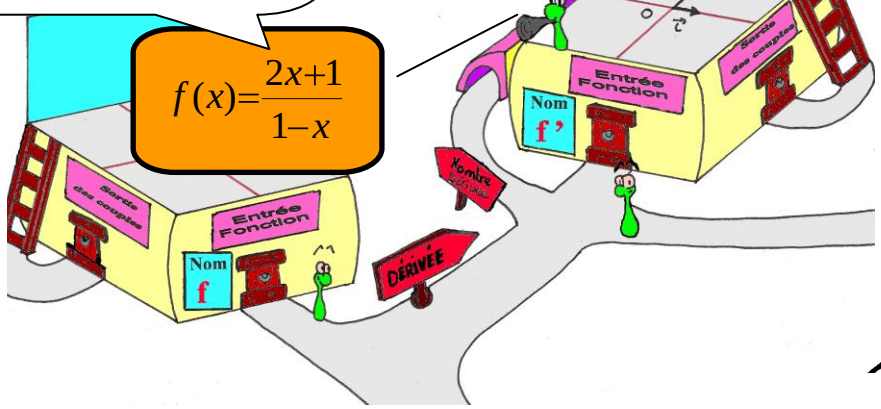
Il te suffit de reconnaître la forme de f (x)

Ici : de la forme $\frac{u(x)}{v(x)}$

Dans ce cas , tu appliques la formule ci-contre. (✱)
Pour avoir u ' (x) et v ' (x), tu devras utiliser les dérivées courantes au-dessus

$$f'(x)=\frac{(2)(1-x)-(2x+1)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$f(x)=\frac{2x+1}{1-x}$$



Didier Dimet

Pour avoir « le mode d'emploi » d'une fonction dérivée f '

TOUJOURS se demander « QUELLE EST LA FORME DE f (x) ? »

09

On note « u » pour u (x)
et « v » pour v (x)

Didier Dinet

INDISPENSABLE de tout apprendre par cœur (Fais les exemples …)

FORMES POSSIBLES pour f (x)	FORMULES Correspondant aux formes de f (x) pour avoir f ' (x)	Exemple	
$u \pm v$	$u' \pm v'$	$f(x)=x^3+5x^2-x-123$	$f'(x)=3x^2+10x-1$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$ (*)	$f(x)=\frac{2x+1}{1-x}$; u(x) = 2x+1 et v(x) = 1-x ; u'(x) = 2 et v'(x) = - 1	$f'(x)=\frac{(2)(1-x)-(2x+1)(-1)}{(1-x)^2}$ (u' v - u v' / v²)
$u\,v$	$u'v+uv'$	$f(x)=(x^2+3)(x-2)$	$f'(x)=(2x)(x-2)+(x^2+3)(1)$ (u' v + u v')
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$f(x)=\sqrt{5x^2-7}$; u(x) = 5x²-7 et u'(x) = 5(2x)	$f'(x)=\frac{10x}{2\sqrt{5x^2-7}}$
$\frac{a}{u}$ $a \in R$	$\frac{-au'}{(u)^2}$	$f(x)=\frac{2}{1-x}$; u(x) = 1 - x et u'(x) = -1 a = 2	$f'(x)=-\frac{2(-1)}{(1-x)^2}$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$	$f(x)=\ln(x^2+x-4)$; u (x) = x² + x – 4 et u ' (x) = 2x + 1	$f'(x)=\frac{2x+1}{x^2+x-4}$
u^n	$nu'u^{n-1}$	$f(x)=(x^2-4)^3$; u(x) = x²-4 et n = 3	$f'(x)=3(2x)(x^2-4)^2$ (n u' u^{3-1})
e^u	$u'e^u$	$f(x)=5e^{x^2+1}$	$f'(x)=5(2x)e^{x^2+1}$
$\cos(u)$	$-u'\sin(u)$	$f(x)=\cos(2x+3)$	$f'(x)=-2\sin(2x+3)$
$\sin(u)$	$u'\cos(u)$	$f(x)=7\sin(2x+3)$	$f'(x)=14\cos(2x+3)$
$\tan(u)$	$\frac{u'}{\cos^2(u)}$	$f(x)=\tan(2x+3)$	$f'(x)=\frac{2}{\cos^2(2x+3)}$
$u \circ v$	$(u' \circ v)\times v'$	Voir Fiche 17	

Facile ! On a juste à appliquer !